FUNÇÃO DO 2° GRAU – Etapa 1
(A00020)

Uma função do segundo grau é uma função que o gráfico é uma parábola como está visualizando no ambiente de manipulação virtual. No ambiente também possui três controles deslizantes que são usados para variar os coeficientes em 1 unidade. O controle deslizante **a** (na cor rosa) é usado quando se pretende variar o coeficiente x^2, o **b** (na cor laranja) que serve para variar o coeficiente de x e o **c** (na cor azul). Já os pontos vermelhos são para identificar quando o gráfico da função intercepta o eixo x, o ponto azul é para identificar quando o gráfico intercepta o eixo y e o ponto preto identifica o vértice da parábola.
Definindo, a função do segundo grau é qualquer função $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dada por uma lei da forma $f(x) = ax^2 + bx + c$ em que $a, b, c \in \mathbb{R}$ e $a \neq 0$.
Agora, iremos analisar as mudanças que ocorrem no gráfico da função quando variamos os valores de a, b e c.
No ambiente de manipulação temos que a lei da função do gráfico é $f(x) = x^2$, porque $a = 1$, $b = 0$ e $c = 0$.

Agora, determine no ambiente a função $f(x) = x^2 - 3x - 1$. Assim, $a =$ __ , $b =$ __ e $c =$ __.
Determine a função $f(x) =$ ___________. Sendo $a = 1$, $b = -5$ e $c = 6$.
$f(x) =$ ___________. Sendo $a = -1$, $b = -3$ e $c = -1$.
$f(x) =$ ___________. Sendo $a = -4$, $b = 0$ e $c = 1$.

Observe que houve uma mudança no gráfico quando alteramos o sinal de a, porque os outros valores mantêm. Isso acontece porque se a positivo $(a > 0)$ dizemos que o gráfico da função tem concavidade para cima e se a é negativo $(a < 0)$o gráfico da função tem concavidade para baixo.
Abaixo escreva leis que definem funções com gráficos que tem:

Concavidade para cima	Concavidade para baixo
______________________________	______________________________
______________________________	______________________________

O que acontece com o gráfico da função se $a = 0$?____________________________________.
Vejamos agora as mudanças que ocorrem quando alteramos o sinal de b.
Coloque o valor de a sendo 1 e o valor de c igual a 2, depois observe as mudanças a partir do ponto azul. Quanto ao valor de b coloque 5, em seguida $b = 0$ e $b = -5$.
No primeiro valor atribuído a $b\ (b > 0)$, a parábola intercepta o $eixo\ y$ no ramo crescente ou decrescente? __________________________.
Quando $b = 0$, a parábola intercepta o $eixo\ y$ no vértice.
Já quanto ao segundo valor $(b < 0)$, a parábola intercepta o $eixo\ y$ no ramo crescente ou decrescente? __________________________.

Elabore um pequeno texto sobre o que observou com relação a variação do coeficiente b.
____
____

Sejam as funções $f(x) = x^2 - 5x + 3$ e $f(x) = 2x^2 + 4x - 1$. Você consegue perceber que o valor de y do ponto que a função intercepta o eixo y é o mesmo que o valor de c da lei da função? _____.
Agora, determine a lei de duas funções, uma que o gráfico intercepte o eixo y em $(0, -2)$ e outra em $(0,4)$:

________________________   ________________________

FUNÇÃO DO 2° GRAU – Etapa 2
(A00020)

As raízes de uma função são identificadas pelo momento em que o gráfico intercepta o $eixo\ x$, ou seja, pelos pontos vermelhos, x_1e x_2. Quando o gráfico intercepta o $eixo\ x$, temos que $y = 0$. Logo, $f(x) = 0$. Por se tratar uma função do segundo grau, como solução de $f(x) = 0$ serão encontrados dois valores para x e eles podem ser iguais, diferentes ou até podem não existir e isso depende dos valores que encontrar para Δ.

Para calcular o valor de cada uma das raízes, você poderá usar a fórmula de Bhaskara apresentada abaixo.

$$\boldsymbol{x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}}$$

O valor de Δ é identificado a partir de $b^2 - 4.a.c$, ou seja, $\Delta = b^2 - 4.a.c$.

Quando o valor Δ é negativo

Nota-se que no conjunto dos números reais não existe a raiz quadrada de um valor negativo (exemplo: $\sqrt{-3}$). Sendo assim, as funções não terão raízes se $\Delta < 0$. Observe o gráfico de $f(x) = x^2 - 2x + 3$, percebe que esta função não tem raiz?_____. Porque você não vê os pontos vermelhos. A partir da função dada, o valor de $\Delta =$ _____. O mesmo acontece quando $g(x) = -2x^2 + x - 1$. Qual é o valor de Δ? ____.

Quando o valor Δ é nulo

As funções que determinam um valor de $\Delta = 0$ possuem uma raiz real. Observe no ambiente de manipulação virtual o comportamento da função $h(x) = x^2 + 2x + 1$, só tem um ponto vermelho. Calcule o valor de Δ. Ele é igual a zero? ______. Agora, manipulando os controles deslizantes de a, b e c, determine a lei de uma função que tem apenas uma única raiz real:__________________________________.

Quando o valor Δ é positivo

No ambiente de manipulação determine o gráfico de uma função com duas raízes reais e distintas:_________________________. Qual é o valor de Δ?______________. O valor de Δ é positivo, negativo ou nulo?_________________. Quando uma função determina o valor de $\Delta > 0$, significa que ela vai apresentar duas raízes reais e distintas, veja para $t(x) = x^2 - 5x + 6$.

Em seguida, você irá preencher a tabela com a representação de um gráfico de acordo o valor de a e Δ**.**

	$\Delta > 0$	$\Delta = 0$	$\Delta < 0$
$a > 0$	__________________	__________________	 __________________
$a < 0$	__________________	__________________	__________________

FUNÇÃO DO 2° GRAU – Etapa 3
(A00020)

No ambiente de manipulação virtual encontra-se o ponto V, este ponto é denominado o vértice da parábola e a partir dele é possível identificar alguns comportamentos da função.

Conhecendo os coeficientes da lei da função, as coordenadas do vértice, $V(x_v, y_v)$, podem ser calculadas de acordo as seguintes expressões.

$$\boldsymbol{x_v = -\frac{b}{2a}} \qquad \boldsymbol{y_v = -\frac{\Delta}{4a}}$$

Seja $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Qual é o valor das raízes? $x_1 =$ ____, $x_2 =$ ____. E o valor do x_v? ________.

$g(x) = -3x^2 + 6x$. Qual é o valor d x_v? ______. Qual é o valor das raízes? $x_1 =$ ____, $x_2 =$ ____.

É possível identificar uma relação entre a distância de x_1 e x_v, com a distância x_2 e x_v? Relate sobre isso.

____

____.

O x_v é a média aritmética das raízes da função quadrática, se existirem. Mas, independente da existência das raízes, a partir do valor do vértice é possível determinar um eixo de simetria da parábola. Assim como, o y_v determina o valor máximo ou o valor mínimo da parábola.

Seja $f(x) = x^2 - 2x - 3$. Qual é o valor do y_v? ________. Você consegue perceber que não há nenhum outro valor y relacionado com algum x que seja menor do que y_v?________.

$g(x) = -3x^2 + 6x$. Qual é o valor d x_v? ______. Você consegue perceber que não há nenhum outro valor y relacionado com algum x que seja maior do que y_v?________.

Uma função tem um valor máximo ou um valor mínimo a depender da concavidade da parábola, ou seja:

- Se $a > 0$, temos que y_v é o valor mínimo.
- Se $a < 0$, temos que y_v é o valor máximo.

Agora, usando os controles deslizantes determine funções que possuem:

Valor máximo	Valor mínimo
______________________________	______________________________
______________________________	______________________________

A função quadrática ora é crescente e ora é decrescente e esta análise pode ser feita a partir do vértice. Sabe-se que:

- A função está crescendo se $x_1 < x_2$ e $f(x_1) < f(x_2)$
- A função está decrescendo se $x_1 < x_2$ e $f(x_1) > f(x_2)$

Observe no ambiente de manipulação a função $f(x) = x^2 - 2x - 3$. No intervalo $]-\infty, 1[$ a função está ________________ e no intervalo $]1, +\infty[$ a função está ________________ .

Dê o exemplo de outra função que tem o mesmo comportamento, primeiro decresce e depois cresce:______________________________.

Agora, veja a função $g(x) = -3x^2 - 6x$. No intervalo $]-\infty, -1[$ a função está crescendo e no intervalo $]-1, +\infty[$ a função está decrescendo.